

OCTOBER 2011

U/ID 4718/PAP

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

Each question carries 2 marks.

1. Find  $y_n$  if  $y = xe^x$ .

$y = xe^x$  எனில்  $y_n$  ஐக் காண்.

2. Verify  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$  for the function

$u = x \sin y + y \sin x$ .

$u = x \sin y + y \sin x$  என்ற சார்பிற்கு  $\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$  ஐ

சரிபார்.

3. Find the radius of curvature for  $xy = 30$  at (3,10).

$xy = 30$  என்ற வளைவரைக்கு (3,10) என்ற புள்ளியிடத்து வளை ஒருங்கல் ஆரம் காண்.

4. Find the  $p-r$  equation for the curve  $r = a \sin \theta$ .

$r = a \sin \theta$  என்ற வளைவரைக்கு  $p-r$  சமன்பாடு காண்.

5. Find the envelope of the family of circles  $(x-a)^2 + y^2 = 2a$  where  $a$  is the parameter.

$(x-a)^2 + y^2 = 2a$  என்ற வட்டக்குடும்பத்தின் சூழலைக் காண். ( $a$  பராமீட்டர்)

6. Find the asymptotes of  $y^2(x^2-1)=1$ .

$y^2(x^2-1)=1$  என்ற வளைவரையின் தொலைத்தொடுகோடுகளைக் காண்க.

7. Evaluate  $\int_0^{\pi} \frac{dx}{5+4 \cos x}$ .

$\int_0^{\pi} \frac{dx}{5+4 \cos x}$  தொகையிடுக.

8. Evaluate  $\int_0^1 x^7(1-x)^8 dx$ .

$\int_0^1 x^7(1-x)^8 dx$  தொகையிடுக.

9. Find the arc length of the curve  $y = \log xcx$  between the points given by  $x = 0$  and  $x = \frac{\pi}{3}$ .

$x = 0$ ,  $x = \frac{\pi}{3}$  என்ற புள்ளிகளுக்கு இடைப்பட்ட  $y = \log xcx$  என்ற வளைவரையின் வரை நீளம் காண்.

10. Evaluate  $\int_0^a \int_0^b (x^2 + y^2) dx dy$ .

தொகையிடுக  $\int_0^a \int_0^b (x^2 + y^2) dx dy$ .

SECTION B — (5 × 16 = 80 marks)

Answer ALL questions.

Each question carries 16 marks.

11. (a) If  $y = \sin(m \sin^{-1} x)$  prove that  
 $(1 - x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$  and  
 $(1 - x^2)y_{n+2} - 2(n+1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$ .
- (b) Find the maximum or minimum values of  $2(x^2 - y^2) - x^4 + y^4$ .

(அ)  $y = \sin(m \sin^{-1} x)$  எனில்

$(1 - x^2)y_2 - xy_1 + m^2y = 0$  என நிறுவுக. மேலும்

$(1 - x^2)y_{n+2} - 2(n+1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$  என நிறுவுக.

(ஆ)  $2(x^2 - y^2) - x^4 + y^4$  என்ற சார்பிற்கு மீப்பெரு மதிப்பு அல்லது மீச்சிறு மதிப்பு காண்.

Or

(c) If  $y = e^{-x} \cos x$ , prove that  $\frac{d^4y}{dx^4} + 4y = 0$ .

(d) Find the minimum value of  $x \log x$  and maximum value of  $x^3 + y^3 - 3axy$ .

(இ)  $y = e^{-x} \cos x$ , எனில்  $\frac{d^4y}{dx^4} + 4y = 0$  என நிறுவுக.

(ஈ)  $x \log x$  இன் மீச்சிறு மதிப்பு காண் மற்றும்  $x^3 + y^3 - 3axy$  இன் மீப்பெரு மதிப்பு காண்.

12. (a) Find the angle at which the curves  $x^2 = ay$  and  $x^3 + y^3 = 3axy$  cut each other.

(b) Show that in the parabola  $y^2 = 4ax$  at the point  $t$ ,  $\rho = -2a(1+t^2)^{3/2}$ ,  $X = 2a + 3at^3, y = -2at^3$ .

(அ)  $x^2 = ay$  மற்றும்  $x^3 + y^3 = 3axy$  ஆகிய வளைவரைகள் வெட்டிக் கொள்ளும் புள்ளியிடத்து கோணம் காண்?

(ஆ)  $y^2 = 4ax$  என்ற பரவளையத்தில் 't' என்ற புள்ளியிடத்து  $\rho = -2a(1+t^2)^{3/2}$ ,  $X = 2a + 3at^3$ ,  $y = -2at^3$  என நிறுவுக.

Or

(c) Find the angle at which the radius vector cuts the curve  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ .

(d) Find the radius curvature of the curve  $r^2 = a^2 \sin 2\theta$ .

(இ)  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  என்ற வளைவரையை திசை ஆரை

வெட்டும் இடத்து கோணம் காண்.

(ஈ)  $r^2 = a^2 \sin 2\theta$  என்ற வளைவரைக்கு வளை ஒருங்கல் ஆரம் காண்க.

13. (a) Find the envelope of the straight line

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{ where the parameters are related}$$

by the equator  $a^2 + b^2 = c^2$  where c is a constant.

(b) Show that the evaluate of the cycloid  $x = a(\theta - \sin \theta); y = a(1 - \cos \theta)$  is another cycloid.

(அ)  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  என்ற கோடுகளின் குடும்பத்தின்

சூழலைக் காண்க. (C மாறிலி,  $a^2 + b^2 = c^2$  என்று இருப்பின்).

(ஆ)  $x = a(\theta - \sin \theta); y = a(1 - \cos \theta)$  என்ற (சைக்கிளாய்டின்) பிறப்பு வளையும் ஒரு cycloid என நிறுவுக.

Or

(c) Find the asymptotes of

$$2x^4 - 5x^2y^2 + 3y^4 + 4x^3 - 6y^3 + x^2 + y^2 - 2xy + 1 = 0 .$$

(d) Find the equation of the quartic which has  $y = \pm x \pm 1$  as asymptotes which cuts the  $x$  axis in four contiguous points at the origin and the  $y$  axis in three points (other than the origin) for which the product of the ordinates is  $-1$ .

(இ)  $2x^4 - 5x^2y^2 + 3y^4 + 4x^3 - 6y^3 + x^2 + y^2 - 2xy + 1 = 0$

என்ற வளைவரையின் தொலைத் தொடுகோடுகளைக் காண்.

(ஈ)  $y = \pm x \pm 1$  ஆகிய தொலைத்தொடுகோடுகளைக் கொண்டும்,  $x$  அச்சை நான்கு தொடர்புள்ளிகளில் வெட்டுவதும்,  $y$  அச்சை ஆதி அல்லாது மூன்று புள்ளிகளில் வெட்டுவதும், நெடுக்கைகளின் பெருக்கல்  $-1$  என்றும் கொண்ட ஒரு quartic வளைவரையை காண்.

14. (a) Evaluate  $\int \frac{6x+5}{\sqrt{6+x-2x^2}} dx$ .

(b) Find  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 + \frac{n}{n}\right) \right\}^{1/n}$ .

(அ)  $\int \frac{6x+5}{\sqrt{6+x-2x^2}} dx$  தொகையிடுக.

(ஆ) மதிப்பு காண்  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right) \dots \left(1 + \frac{n}{n}\right) \right\}^{1/n}$ .

Or

(c) Show that  $\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan \theta) d\theta = \frac{\pi}{8} \log 2$ .

(d) Prove that  $\iiint \frac{dx dy dz}{(1-x^2-y^2-z^2)^{1/2}} = \frac{\pi^2}{8}$ , the integration extended to all +ve values of the variable for which the expression is real.

(இ)  $\int_0^{\pi/4} \log(1 + \tan \theta) d\theta = \frac{\pi}{8} \log 2$  என நிறுவுக.

(ஈ)  $\iiint \frac{dx dy dz}{(1-x^2-y^2-z^2)^{1/2}} = \frac{\pi^2}{8}$  என்று எல்லா மிகை மதிப்புகளுக்கும் நிறுவுக.



15. (a) Find the area enclosed between the parabola  $y = x^2$  and the straight line  $2x - y + 3 = 0$ .

(b) The area bounded by the curve  $x = a \cos^3 \theta$ ,  $y = a \sin^3 \theta$  and lying in the first quarter revolve about the  $x$  axis. Find the volume of the solid generator.

(அ)  $y = x^2$  என்ற பரவளையத்திற்கும்,  $2x - y + 3 = 0$  என்ற கோட்டிற்கும் இடையே அடைபடும் பரப்பளவு காண்.

(ஆ)  $x = a \cos^3 \theta$ ,  $y = a \sin^3 \theta$  என்ற வளைவரையின் முதல் கால்கோளப் பகுதியில் அடைபடும் பரப்பளவு  $x$  அச்சைப் பொறுத்து சுழலுவதால் உண்டாகும் திண்மம் என்ன?

Or

(c) Find the area which is inside the circle  $r = 3a \cos \theta$  and outside the cardioid  $r = a(1 + \cos \theta)$ .

(d) Change the order of integration and evaluate

$$\int_0^{\infty} \int_x^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dx dy.$$

(இ)  $r = 3a \cos \theta$  என்ற வட்டத்திற்குள் இருப்பதும்  
 $r = a(1 + \cos \theta)$  என்ற நெஞ்சுவளைக்கு  
வெளியேயிருப்பதுமான பரப்பளவு காண்க.

(ஈ) தொகையிடல் வரிசையை மாற்றி  $\int_0^{\infty} \int_x^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dx dy$  ஐ  
தொகையிடுக.

---