

MAY 2011

U/ID 32357/UCMG

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

PART A — (10 × 3 = 30 marks)

Answer any TEN questions.

Each question carries 3 marks.

1. State the parallelogram law of velocities.

திசைவே இணைகரம் தேற்றத்தை எழுதுக.

2. The two ends of a train moving with a constant acceleration pass a certain point with velocities u and v respectively. Show that the velocity with which the middle of the train passes the same point is $\sqrt{\frac{1}{2}(u^2 + v^2)}$.

மாறிலி முடுக்கத்துடன் பயணிக்கும் ஒரு புகைவண்டியின் இருமுனைகளும் ஒரு குறிப்பிட்ட இடத்தை முறையே u , v என்ற திசைவேகங்களுடன் கடக்கின்றன. அதே இடத்தை புகைவண்டியின் மையப்பகுதி $\sqrt{\frac{1}{2}(u^2 + v^2)}$ திசைவேகத்துடன் கடக்கும் எனக் காண்பி.

3. In the simple harmonic motion whose equation is $\ddot{x} = -n^2x$, express

(a) x in t

(b) \dot{x} in t and

(c) \dot{x} in x .

$\ddot{x} = -n^2x$ சமன்பாடுள்ள சாமானிய சீரிசை இயக்கத்தில் x -ஐ t -ஐ வைத்தும் \dot{x} -ஐ t கொண்டும் \dot{x} -ஐ x -ஐ கொண்டும் எழுதுக.

4. A body of mass 3 gm moving with a velocity of 15 cm/sec collides with a body of mass 2 gm moving in the same direction with a velocity of 5 cm/sec. If they coalesce into one body, find the velocity of the coalesced body.

15 cm/sec வேகத்தில் சென்று கொண்டிருக்கும் 3 gm திண்மமுள்ள ஒரு பொருள் அதே திசையில் 5 cm/sec வேகத்தில் நகர்ந்து கொண்டிருக்கும் 2 gm திண்மமுள்ள மற்றொரு பொருளின் மீதி மோதுகிறது. அவை இரண்டும் இணைந்து ஒரே பொருளாக மாறினால் அதன் திசைவேகத்தைக் கண்டுபிடி.

5. Prove the relation $gT^2 = 2R \tan \alpha$ where T is the time of flight R , the horizontal range and α , the angle of projection.

T -எறிபொருள் பறக்கும் நேரம், R அதன் கிடைவீச்சு, α எறிகோணம் என்றால் $gT^2 = 2R \tan \alpha$ என நிரூபி.

6. Find the moment of inertia a thin circular ring of radius a about a line through the centre of the circle perpendicular to the plane of the circle.

' a ' ஆரமுள்ள மெல்லிய வட்டவளையத்தின் நிலைமத் திருப்புத் திறனை அதன் மையத்தில் அதற்குச் செங்குத்தாக உள்ள கோட்டைப் பொறுத்துக் கண்டுபிடி.

7. Show that $\lim_{z \rightarrow 0} f(z)$ does not exist where $f(z) = \begin{cases} \frac{\operatorname{Re} z}{|z|}, & z \neq 0 \\ 0, & z = 0 \end{cases}$.

$f(z) = \begin{cases} \frac{\operatorname{Re} z}{|z|}, & z \neq 0 \\ 0, & z = 0 \end{cases}$ என்றால் $\lim_{z \rightarrow 0} f(z)$ இல்லை எனக் காண்பி.

8. Prove that any function differentiable at a point is continuous at that point.

ஒரு புள்ளியில் வகையிடத்தக்க சார்பு, அப்புள்ளியில் தொடர்ச்சியாக இருக்கும் என நிரூபி.

9. Give an example of a function which is differentiable at a point but not analytic at that point.

ஒரு புள்ளியில் வகையிடத்தக்கதாக ஆனால் பகுமுறை சார்பாக இல்லாத உதாரணம் ஒன்று கொடு.

10. Find the fixed points of the transformation $w = \frac{z-2}{z-3}$.

$w = \frac{z-2}{z-3}$ என்ற உருமாற்றத்தின் நிலைப்புள்ளிகளைக் கண்டுபிடி.

11. State the maximum modulus theorem.

மீப்பெரு மட்டு தேற்றத்தை எழுதுக.

12. If C is the unit circle $|z|=1$, evaluate $\int_C \frac{z^2}{z-3} dz$.

$|z|=1$ என்ற ஓரலகு வட்டம் C எனில் $\int_C \frac{z^2}{z-3} dz$ -ஐ மதிப்பிடுக.

PART B — (5 × 6 = 30 marks)

Answer any FIVE questions.

Each question carries 6 marks.

13. Two particles of masses m_1 and m_2 are connected by a light extensible string passing over a light smooth fixed pulley. If $m_1 > m_2$, find the resulting motion of the system and the tension in the string.

m_1 , m_2 என்னும் நிறைகள் கொண்ட இரு துகள்கள் ஒரு நிலையான வழவழப்பான இலேசான கப்பியின் மீது செல்லும் விரிபடுமியலற்ற ஓரிழையினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. $m_1 > m_2$ எனில் அத்தொகுதியின் விளைவியக்கத்தையும் அவ்விழையின் இழுவிசையையும் காண்க.

14. A particle is projected at an angle α to the horizon from the foot of a plane whose inclination to the horizon is β . Show that it will strike the plane at right angles if $\cot \beta = 2 \tan(\alpha - \beta)$.

கிடைதளத்திற்கு β கோணம் சாய்ந்துள்ள ஒரு தளத்தின் அடியிலிருந்து கிடைதளத்திற்கு α கோணத்தில் ஒரு துகள் வீசப்படுகிறது. $\cot \beta = 2 \tan(\alpha - \beta)$ என்றிருந்தால் அத்துகள் சாய்தளத்தை செங்குத்தாக சந்திக்கும் எனக் காண்பி.

15. A particle describes a circular orbit under an attractive central force directed towards a point on the circle. Show the force varies as the inverse fifth power of the distance.

ஒரு துகள் ஒரு வட்டப்பாதையில், அவ்வட்டத்தின் மேலுள்ள ஒரு புள்ளியை நோக்கிய மைய இழுவிசையினால் நகர்கிறது. அவ்விசை தூரத்தின் 5-ம் படிக்கு நேர்மாறு விகிதத்தில் இருக்கும் எனக் காண்பி.

16. Show that the moment of inertia of a solid sphere about a tangent line is $7ma^2/5$.

திண்ணிய கோளத்தின் நிலைமத் திருப்புத்திறன் அதன் ஒரு தொடுகோட்டைப் பொறுத்து $7ma^2/5$ எனக் காண்பி.

17. Suppose $f(z)$ is a function differentiable in a region D and the mapping $w=f(z)$ is one-to-one. The inverse mapping is $z=\phi(w)$. If z_0 is a point in D such that $f'(z_0)\neq 0$, prove that

(a) $\phi(w)$ is differentiable at $w_0=f(z_0)$ and

(b) $\phi'(w_0)=\frac{1}{f'(z_0)}$.

D -ல் $f(z)$ என்ற சார்பு வகையிடத்தக்கது. z_0 என்ற D -ன் புள்ளியில் $f'(z_0)\neq 0$. $w=f(z)$ என்ற சார்பு ஒன்றுக்கொன்றானது எனில் அதன் நேர்மாறு சார்பு $z=\phi(w)$, $w_0=f(z_0)$ -ல் வகையிடத்தக்கது என்றும் $\phi'(w_0)=\frac{1}{f'(z_0)}$ என்றும் நிரூபி.

18. Expand $\frac{1}{(z-1)(z-2)}$ as a power series in z valid in

(a) $|z|<1$

(b) $1<|z|<2$

(c) $|z|>2$.

(அ) $|z|<1$

(ஆ) $1<|z|<2$

(இ) $|z|>2$.

என்ற பகுதிகளில் செல்லுபடியாகும் z -ன் அடுக்குத் தொடர் வரிசையாக $\frac{1}{(z-1)(z-2)}$ -வை எழுது.

19. Find the residues of $f(z)=\frac{1}{z^3(z+4)}$ at the poles.

$f(z)=\frac{1}{z^3(z+4)}$ -ன் எச்சங்களை அதன் துருவங்களில் கண்டுபிடி.

PART C — (4 × 10 = 40 marks)

Answer any FOUR questions.

Each question carries 10 marks.

20. Show that there is a loss of Kinetic energy due to direct impact of two smooth spheres.

இரு வழுவழப்பான கோளங்களின் நேரடி மோதலால் இயக்க ஆற்றலில் இழப்பு ஏற்படுகிறது என்று காண்பி.

21. A particle projected from the top of a wall 50 m high at an angle of 30° above the horizon, strikes the level ground through the foot of the wall at an angle of 45° . Show that the angle of depression of the point of striking the ground from the point of projection is $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}}\right)$.

50 மீ உயரமுள்ள சுவரின் மேலிருந்து தளத்திற்கு 30° கோணத்தில் எறியப்பட்ட துகள் சுவரின் அடிப்பக்கத்தில் செல்லும் தரைதளத்தை 45° தொடுகிறது. எறியும் புள்ளியிலிருந்து, தரையைத் தொட்ட புள்ளியின் இறக்கக் கோணம் $\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}}\right)$ எனக் காண்பி.

22. Obtain the differential equation of a central orbit in polar coordinates.

மைய விசைப்பாதையின் வகைக்கெழு சமன்பாட்டை போலார் ஆயத்தொலைகளில் கண்டுபிடி.

23. Show that a bilinear transformation maps straight lines and circles into straight lines and circles and inverse points into inverse points.

ஒரு இருவழி ஒருபடி உருமாற்றம் வட்டங்கள் அல்லது நேர்கோடுகளை வட்டங்கள் அல்லது நேர்கோடுகளாகவும் தன் மாற்றுப் புள்ளிகளைத் தன்மாற்றுப் புள்ளிகளாகவும் உருமாற்றம் செய்யும் எனக் காண்பி.

24. State and prove Cauchy's integral formula.

காஷியன் தொகையிடல் சூத்திரத்தை எழுதி நிறுவுக.

25. Evaluate the integral $\int_0^{\infty} \frac{x^2}{1+x^4} dx$.

$\int_0^{\infty} \frac{x^2}{1+x^4} dx$ -ஐ மதிப்பிடுக.
